# Задачи для 8–10 классов

1. У пяти генералов имеется пульт управления ракетой, который они хранят в прочном кейсе. Для защиты кейса они решили применить проверенные временем методы. Дело в том, что у кейса есть петли. На эти петли можно повесить один или несколько амбарных замков, и если хотя бы один замок заперт, то кейс открыть невозможно.

   Генералы хотят ограничить доступ к кейсу следующим образом: любые три генерала, собравшись вместе, могут его открыть, а никакие два генерала — не могут.

   Для этого они могут повесить на кейс некоторое число замков, а ключи от них (у замка может быть более одного ключа) распределить между собой.

   Помогите им решить эту задачу.

2. Мальчику Мише вместо того, чтобы гулять с подругой Соней, приходится мыть окно. Соня, живущая в доме напротив, наблюдает за этим. Соня смотрит издалека и может определить только в какой части окна находится Мишина тряпка — в левой, центральной или в правой, а также в какой части по вертикали — в верхней, в центральной или в нижней. Иными словами, окно разбито на 9 прямоугольников, и Соня может определить, в каком прямоугольнике расположена Мишина тряпка.

   Миша моет окно следующим образом: каждую секунду он передвигает тряпку из текущего прямоугольника в соседний по стороне (если в какую-то секунду он этого не сделает, то его заподозрят в отлынивании от работы). Убирать тряпку от окна нельзя по тем же причинам.

   Миша хочет передавать Соне сообщения только из заглавных русских букв (даже без пробелов). Напомним, что в русском алфавите (без «ё») 32 буквы. Придумайте способ передачи данных, при котором Миша может передавать Соне информацию со скоростью не менее 15 букв в минуту.

3. Сколько натуральных чисел от 500 до 1000 включительно имеют в двоичной записи ровно шесть единиц?

4. «Полюбуйтесь, Ватсон, какое совпадение — в Лондонском археологическом обществе $N$ человек, а в том сенсационном сундуке ровно $N$ манускриптов! И что же они придумали — в течение $N$ дней каждый из них брал в свой кабинет ровно один манускрипт, и так получилось, что за $N$ дней каждый из них поработал с каждым из $N$ манускриптов ровно один день. Чтобы провести расследование, мне необходимо было выяснить про каждого археолога $N$ чисел — в какой день он работал с первым манускриптом, в какой день — со вторым и так далее. Итого, $N \times N$ чисел, согласитесь, Ватсон. Однако метод дедукции безотказен. Представляете, в какой-то момент я знал строго меньше половины из этих $N \times N$ чисел... Однако, зная только их, я смог однозначно, единственным образом, восстановить все остальные числа!»

   Докажите, что при любом натуральном $N$ история, поведанная Шерлоком Холмсом, могла быть правдивой.