

Задачи для 8–10 классов

1. Вася выложил карточки с числами от 1 до 100 в ряд таким образом, что получившееся при прочтении слева направо число наибольшее из возможных. Какие цифры стоят в этом числе на позициях 25, 75, 125 и 175?
2. Алиса и Боб хотят научиться показывать следующий фокус.
 - Алиса выходит из комнаты, в которой остаётся Боб и публика.
 - Боб даёт публике восемь карточек, на которых написаны цифры от 1 до 8.
 - Публика выбирает любые три из них (например, «2», «3» и «7»).
 - Боб выкладывает их на стол так: две карты рубашкой вниз и одну карту рубашкой вверх в произвольном порядке (например, «7», перевёрнутая карта, которая, на самом деле, «3», и затем «2»).
 - Алиса входит в комнату и без какого-либо общения с Бобом абсолютно правильно называет перевёрнутую карточку (например, «3»).

Придумайте алгоритм для Алисы и Боба.

3. Массив A размером $n \times n$ содержит числа, причем известно, что числа в каждой строке (рассмотренные слева направо), а также числа в каждом столбце (рассмотренные сверху вниз) упорядочены по неубыванию. Придумайте алгоритм, который проверит наличие числа x в этом массиве, сделав не более чем $2n + 1$ обращение к массиву.
4. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 2×6 клеток. Сколько есть способов раскрасить клетки этого прямоугольника в синий, красный, зеленый и желтый цвета, чтобы никакие 2 клетки, имеющие общую сторону, не были покрашены в одинаковый цвет?
5. На левом берегу реки находятся папа (М) и два сына (м), мама (Ж) и две дочери (ж), полицейский (П) и преступник (п). Заглавные буквы соответствуют взрослым людям, а строчные — детям. Необходимо перевезти их всех на правый берег реки, используя один плот.

При этом должны соблюдаться следующие правила:

- (а) Полицейский не может оставлять преступника с людьми одного.
- (б) Папа не может оставлять сыновей одних с мамой, а мать дочерей с папой.
- (с) Дети одни не могут плавать на плоту.
- (д) Плот сам по себе не возвращается и берет на борт не более 2-х человек.

Предложите порядок действий, позволяющий перевезти всех на другой берег.

Пример допустимой последовательности действий:

Левый берег	Плот	Правый берег
МммЖжжПп		
ммжжПп	МЖ	
ммжжПп		МЖ
ммжжПп	МЖ	
МммЖжжПп		

Примеры недопустимых последовательности действий:

- Нарушается правило (б)

Левый берег	Плот	Правый берег
МммЖжжПп		
ммЖжжПп	М	

- Нарушается правило (с)

Левый берег	Плот	Правый берег
МммЖжжПп		
МмЖжПп	мж	

- Нарушаются правила (а) и (б)

Левый берег	Плот	Правый берег
МммЖжжПп		
ммЖжжП	Мп	