

Задачи для 8—10 классов

1. Дана строка, содержащая только цифры, знаки '+', '-', '*', '(' и ')' (например, «8-))))))»). Можно вставлять в любые позиции в этой строке любые символы из приведенного выше списка, в любом порядке и любом количестве. Докажите, что всегда можно получить корректное арифметическое выражение.

2. У Ходжи Насреддина есть чашечные весы без гирь и 1000 старых монет, из которых 15 фальшивых. Он знает, что фальшивые монеты легче настоящих, и хочет отобрать 100 монет, среди которых не более одной фальшивой. Как ему это сделать, совершив три взвешивания?

3. Алиса хочет передать Бобу сообщение из n русских букв через локальную сеть «Тяп-ляп networking». Она может передать по сети последовательность из не более чем $10n$ русских букв, но при передаче этой последовательности две, одна или ноль букв будут пропущены (то есть Боб их не получит), а из оставшихся букв две, одна или ноль букв будут переданы ошибочно (то есть вместо них Боб получит другие буквы).

Например, если Алиса передала последовательность «солнце», то до Боба по сети может дойти последовательность «снег» (буквы «о» и «л» были пропущены, вместо «ц» была передана «е», а вместо «е» — «г»).

Помогите им придумать такой способ передачи данных, при котором Боб точно сможет восстановить задуманное Алисой n -буквенное сообщение.

4. В разных концах дома две комнаты: в первой находятся 80 выключателей, а во второй — 80 лампочек. Каждый выключатель соответствует одной лампочке, причем неизвестно, какой выключатель соответствует какой лампочке.

После того как включенную лампочку выключают, она в течение 4 минут остается горячей, а по истечении 4 минут становится холодной.

Придя в комнату с лампочками, вы можете определить про каждую из них, в каком из трех возможных состояний она находится: «горит», «не горит и холодная» или «не горит и горячая».

Следующая процедура повторяется по циклу:

- вас заводят на минуту в комнату с выключателями, где вы можете провести все необходимые манипуляции;
- вас в течение минуты ведут в комнату с лампочками;
- вас заводят на минуту в комнату с лампочками, где вы можете сделать все необходимые наблюдения;
- вас в течение минуты ведут в комнату с выключателями;

Как вычислить схему соответствия выключателей и лампочек за минимально возможное число минут?

5. Разбейте все кубики $1 \times 1 \times 1$ большого куба $n \times n \times n$ на n множеств, так чтобы

- каждое множество представляло собой одно (связное) тело;
- любые два множества имели общую границу (хотя бы один квадрат 1×1).