

Задачи для 8—10 классов, «выводная аудитория»

6. Головоломка «Обобщенное sudoku $n^2 \times n^2$ » — это квадрат $n^2 \times n^2$, разбитый на «маленькие квадраты» $n \times n$ (их n^2 штук), в некоторых клетках которого стоят числа, в то время как остальные клетки пусты. Задача того, кто решает головоломку, — расставить в пустые клетки числа так, чтобы в каждом столбце, каждой строке и каждом «маленьком квадрате» все числа от 1 до n^2 встречались ровно по одному разу.

Докажите, что при любом натуральном n существует обобщенное sudoku $n^2 \times n^2$, в котором заполнено меньше половины клеток, и у которого есть ровно одно решение.

7. Остап загадал перестановку из 42 элементов (то есть последовательность из 42 чисел, в которой каждое число от 1 до 42 встречается ровно один раз): p_1, p_2, \dots, p_{42} .

Вы можете назвать три различных числа i, j, k (в диапазоне от 1 до 42 включительно). В ответ на это Остап вам сообщит значение $p_i + p_j + p_k - \min\{p_i, p_j, p_k\} - \max\{p_i, p_j, p_k\}$ (то есть среднее — не минимальное и не максимальное — из чисел p_i, p_j и p_k).

Как с помощью таких запросов узнать, на какой позиции в загаданной перестановке стоит число 17?

8. Приведите равенство, в обеих частях которого используются только цифры, знаки '+', '-', '*', и скобки, такое что оно верно в двоичной и десятичной системе счисления, но неверно в восьмеричной.